

Módulo 2

Representações canónicas em SOP e POS

Objectivos

Pretende-se que o aluno aplique a Lei de De Morgan e o Teorema da Dualidade para mudar a forma das funções Booleanas de SOP para POS (e vice-versa). É igualmente objectivo deste módulo que o aluno saiba as vantagens das representações por literais e índices de SOP e POS e quais as diferenças entre a forma canónica e a forma minimizada.

Matéria teórica

NOTA: O conteúdo desta secção não será dado na aula prática. Os alunos devem aproveitar o material aqui descrito, lendo-o antes da aula, para complementar com a matéria que foi dada nas aulas teóricas.

1. Leis de De Morgan

- $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
- $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

2. O dual duma expressão é obtido trocando os AND's por OR's e vice-versa, os 0's por 1's e vice-versa e deixando os literais intactos.

3. Qualquer afirmação verdadeira para uma expressão booleana, também é verdadeira para o seu dual. Se é provado um teorema para uma expressão, então o teorema para o seu dual é obtido como bónus. Por exemplo, a distributividade da conjunção em relação à disjunção ($A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$) é verdade, logo o seu dual (a distributividade da disjunção em relação à conjunção, $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$) também o é.

4. Formas canónicas em SOP e POS

- com literais: *e.g.* $F(A, B, C) = \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$

- com índices: e.g. $F(A, B, C) = \sum m(3, 5)$
5. Obtém-se um *mintermo* multiplicando as variáveis, porque se pretende que o termo seja 1 quando a função é 1. Consequentemente, a variável deve ser negada se tiver o valor 0 nessa linha.
 6. Obtém-se um *maxtermo* adicionando as variáveis, porque se pretende que o termo seja 0 quando a função é 0. Consequentemente, a variável deve ser negada se tiver o valor 1 nessa linha.

A	B	C	mintermos	maxtermos
0	0	0	$m_0 = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	$M_0 = A + B + C$
0	0	1	$m_1 = \overline{A}.\overline{B}.C$	$M_1 = A + B + \overline{C}$
0	1	0	$m_2 = \overline{A}.B.\overline{C}$	$M_2 = A + \overline{B} + C$
0	1	1	$m_3 = \overline{A}.B.C$	$M_3 = A + \overline{B} + \overline{C}$
1	0	0	$m_4 = A.\overline{B}.\overline{C}$	$M_4 = \overline{A} + B + C$
1	0	1	$m_5 = A.\overline{B}.C$	$M_5 = \overline{A} + B + \overline{C}$
1	1	0	$m_6 = A.B.\overline{C}$	$M_6 = \overline{A} + \overline{B} + C$
1	1	1	$m_7 = A.B.C$	$M_7 = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

7. Regras para construção das formas canónicas:

- Para construir a forma canónica usando mintermos (SOP), tem que se somar todos os mintermos para os quais a função é verdadeira. Notar que só quando as variáveis têm o padrão binário correspondente a um dos mintermos é que a função é 1.
- Para construir a forma canónica usando maxtermos (POS), deve-se multiplicar todos os maxtermos para os quais a função é falsa.

8. Conversões entre formas canónicas:

- **SOP para POS:** reescrever como produtório (\prod) dos maxtermos cujos índices não estavam presentes, pois agora, em vez dos 1's, está-se a agrupar os 0's.
- **POS para SOP:** reescrever como somatório (\sum) dos mintermos cujos índices não estavam presentes, pois agora, em vez dos 0's, está-se a agrupar os 1's.
- **Função complementar** Reescrever na mesma forma (SOP ou POS) utilizando os índices que não estavam presentes, já que $\overline{F} = 0$ para os casos em que $F = 1$ e vice-versa.

Problemas

- Negue as expressões que se seguem:
 - a) $A + B.C$
 - b) $(\overline{A} + B).\overline{C}.D$
 - c) $\overline{A}.B + \overline{A}.C.D + \overline{B}.D$

- Calcule o dual das funções que se seguem:

a) $F = A + B$

b) $\overline{A + B}$

c) $H^D = (A + B) \cdot (\overline{C} + A) \cdot 0$

d) $I = (A \cdot B + C \cdot D) \cdot A \cdot D \cdot 1$

e) $A \cdot \overline{B} = A \cdot (\overline{A + B})$

- Escreva a seguinte função e a sua complementar nas formas SOP e POS:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

- Considere a função $F_{(A,B,C,D)} = \sum m_{1,5,9,13,14,15}$

a) Escreva-a na forma POS.

b) Escreva a função complementar em SOP e POS.

c) Escreva a função dual em SOP e POS.