Módulo 3
Mapas de Karnaugh

Objectivos

Pretende-se que o aluno saiba usar mapas de Karnaugh para simplificar funções Booleanas. É igualmente objectivo deste módulo que o aluno aplique o método de simplificação, na presença de condições não especificadas (don't care).

Matéria teórica

NOTA: O conteúdo desta secção não será dado na aula prática. Os alunos devem aproveitar o material aqui descrito, lendo-o antes da aula, para complementar com a matéria que foi dada nas aulas teóricas.

- Teorema de Unidade: $A.B + A.\overline{B} = A.(B + \overline{B}) = A$;
- A essência da simplificação duma dada função consiste em, repetidamente, encontrar dois (min)termos, nos quais apenas uma variável muda o valor;
- Um mapa de Karnaugh para uma função booleana especifica valores da função para todas as combinações das variáveis de entrada (representação equivalente às tabelas);
- Num mapa de Karnaugh usam-se códigos de Gray para etiquetar as linhas e as colunas, de forma a que dois elementos vizinhos fiquem à distância de 1 (apenas uma variável muda de valor).
- O método (i.e. algoritmo) para obter uma expressão mínima (em SOP), usando mapas de Karnaugh que incluem apenas 0's e 1's, é o seguinte:
  1. Escolher um "1" do *on-set* (conjunto de todos os 1s da função). Marcar todos os grupos máximos (implicantes maiores) de 1s que incluam o "1" escolhido. Não esquecer as adjacências nas direcções horizontal e vertical. Os implicantes maiores (grupos de adjacência) contêm sempre um número de elementos igual a uma potência inteira de 2 $(1, 2, 4, 8, \ldots)$.

Repetir este passo para cada elemento do *on-set* para obtenção de todos os implicantes maiores.

2. Visitar um elemento do *on-set*. Se ele está coberto por um único implicante maior então esse implicante é essencial e contribuirá com um termo para a soma final. Os 1's cobertos por esse implicante não necessitam de ser revisitados. Repetir este passo até todos os implicantes essenciais estarem incluídos.
3. Se sobrarem 1's não cobertos por implicantes essenciais, seleccionar um número mínimo de maiores implicantes que os incluiam. Experimentar várias alternativas para encontrar aquela com o menor número de implicantes, sendo estes de dimensão tão grande quanto possível.

- O algoritmo para obter uma expressão mínima (em SOP), usando mapas de Karnaugh que incluem 0's, 1's e X's (*don't cares*), é o seguinte:

  1. Escolher um "1". Marcar todos os grupos máximos de 1's e X's que incluiam o "1" escolhido. Não esquecer as adjacências nas direcções horizontal e vertical. Os grupos contêm sempre um número de elementos igual a uma potência inteira de 2.
     Repetir este passo para todos os 1's de modo a obter todos os maiores implicantes.
  2. Visitar um elemento do *on-set*. Se ele está coberto por um único maior implicante então trata-se de um implicante essencial e contribuirá com um termo para a soma final. Os 1's cobertos por implicantes não necessitam de ser revisitados.
     Repetir este passo até todos os implicantes essenciais estarem incluídos.
  3. Se sobrarem 1's não cobertos por implicantes essenciais, seleccionar um número mínimo de maiores implicantes que os incluiam. Experimentar várias alternativas para encontrar aquela com menos implicantes.

Problemas

Usando mapas de Karnaugh, simplificar as seguintes funções:

- As saídas C1 e C0 do conversor binário para 7 segmentos (ver problema P2 do módulo).
- $C_{out}(A, B, C_{in}) = \sum m(3, 5, 6, 7)$
- $F(A, B, C) = \sum m(0, 4, 5, 7)$
- $G(A, B, C, D) = \sum m(0, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14)$
- $H(W, X, Y, Z) = \sum m(1, 7, 11, 13) + \sum d(0, 5, 10, 15)$
- $L(V, W, X, Y, Z) = \sum m(0, 1, 2, 9, 13, 16, 18, 24, 25) + \sum d(8, 10, 17, 19)$