# TPC2

## Resultados dos exercícios propostos

**1.** Represente os seguintes valores em vírgula flutuante precisão simples (IEEE 754). Apresente o resultado final em hexadecimal.

| Decimal | IEEE 754 precisão simples |
|---|---|
| 16.375 | 0x41830000 |
| -1 024 | 0xC4800000 |
| $51562.5*10^{-2}$ | 0x4400E800 |
| $-2.25 * 2^{-128}$ | 0x80480000 |

**2.** Converta para decimal os seguintes valores representados em vírgula flutuante precisão simples (IEEE 754).

| IEEE 754 precisão simples | Decimal |
|---|---|
| 0x436a0000 | 234 |
| 0xc4000000 | -512 |
| 0x00700000 | $0.875 * 2^{-126}$ |
| 0xff800000 | -infinito |

## Representação de valores em vírgula flutuante: formatos `PEQUENO1` e `PEQUENO2`

Considere 2 novos formatos de vírgula flutuante, representados com 8-bits, baseados na norma IEEE:

- formato **`PEQUENO1`**:
  - → o bit mais significativo contém o bit do sinal
  - → os 4 bits seguintes formam o expoente (em excesso de 7)
  - → os últimos 3 bits representam a mantissa
- formato **`PEQUENO2`**:
  - → o bit mais significativo contém o bit do sinal
  - → os 3 bits seguintes formam o expoente (em excesso de 3)
  - → os últimos 4 bits representam a mantissa

Para todos os restantes casos, as regras são as mesmas que as da norma IEEE (valor normalizado, subnormal/desnormalizado, representação do 0, ± `infinito`, `NaN`).

**3.** Complete a expressão que, a partir dos campos em binário, permite calcular o valor em decimal para cada um dos formatos normalizados: $\mathbf{V= (-1)^{S} * 1.F * 2^{??}}$

**`PEQUENO1`**: $V= (-1)^{S} * 1.F * 2^{\mathbf{E-7}}$

**`PEQUENO2`**: $V= (-1)^{S} * 1.F * 2^{\mathbf{E-3}}$

**4.** Para ambos os formatos, apresente os seguintes valores em decimal, **sem usar a máquina de calcular**:

**a)** O maior número finito positivo

**PEQUENO1**: 0 1110 111 => $1.111_2*2^7$ = $1111_2*2^4$ = 15*16 = **240**

**PEQUENO2**: 0 110 1111 => $1.1111_2*2^3$ = $1111.1_2$ = **15.5**

**b)** O número negativo normalizado mais próximo de zero

**PEQUENO1**: 1 0001 000 => $-1.0*2^{-6}$ = **-1/64**

**PEQUENO2**: 1 001 0000 => $-1.0*2^{-2}$ = **-1/4** = -0.25

**c)** O maior número positivo subnormal

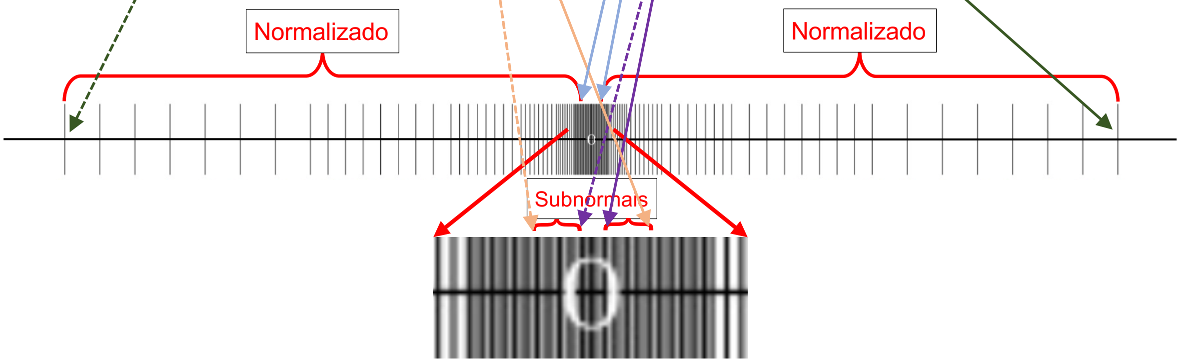
**PEQUENO1**: 0 0000 111 => $0.111_2*2^{-6}$ = $111_2*2^{-9}$ = **7/512**

**PEQUENO2**: 0 000 1111 => $0.1111_2*2^{-2}$ = $1111_2*2^{-6}$ = **15/64**

**d)** O número positivo subnormal mais próximo de zero

**PEQUENO1**: 0 0000 001 => $0.001_2*2^{-6}$ = $1.*2^{-9}$ = **1/512** **Nota:** 7 valores até

**PEQUENO2**: 0 000 0001 => $0.0001_2*2^{-2}$ = $1.*2^{-6}$ = **1/64** **Nota:** 15 valores até




**e)** O maior número inteiro positivo múltiplo de 4

**PEQUENO1**: 0 1110 111 => $1.111_2*2^7$ = $11110000_2$ = 240

**PEQUENO2**: 0 110 1000 => $1.1000_2*2^3$ = $1100.0_2$ = 12

**5.** Calcule os valores (número real, ± `infinito`, `NaN`) correspondentes aos seguintes padrões de bits no formato **PEQUENO1**:

**a)** 0xBB **=** $1\ 0111\ 011_2$ => $-1.011_2 * 2^0$ = -1.375

**b)** 0x7C = $0\ 1111\ 100_2$ => NaN

**c)** 0x92 = $1\ 0010\ 010_2$ => $-1.01_2 * 2^{-5}$ = $-1.25 * 2^{-5}$

**d)** 0x05 = $0\ 0000\ 101_2$ => $0.101_2 * 2^{-6}$ = $0.625 * 2^{-6}$

**e)** 0x41 = $0\ 1000\ 001_2$ => $1.001_2 * 2^1$ = $10.01_2$ = 2.25

**6.** [R] Codifique os seguintes valores como números de vírgula flutuante no formato **PEQUENO1**:

**a)** $-110.01_3 = -12.11111_{10} \approx -1100_2 * 2^0 = -1.100_2 * 2^3$ => 1 1010 100 = 0xD4

**b)** `1/16 Ki` (por exemplo, para representar a dimensão de um ficheiro em *bytes*)

$= 2^{-4} * 2^{10} = 1. * 2^6$ => 0 1101 000 = 0x68

**c)** $-0x28C = -10\ 1000\ 1100_2 * 2^0 = -1.010001100_2 * 2^9$ => 1 1111 000 = -infinito

**d)** $101.01_{10} \approx 1100101.000_2 * 2^0 = 1.100101_2 * 2^6$ => 0 1101 101 = 0x6d

**e)** $0.006_8 = 0.000000110_2 * 2^0 = 0.110_2 * 2^{-6}$ => 0 0000 110 = 0x06 (subnormal)

**7.** Converta os seguintes números **PEQUENO1** em números **PEQUENO2**. *Overflow* deve ser representado por ± `infinito`, *underflow* por ±0 e arredondamentos deverão ser para o valor par mais próximo.

**a)** `0xB5 = 1 0110 101 => -1.101`$_2$` * 2`$^{-1}$` => ` **PEQUENO2**`: E=2, 1 010 1010 = 0xAA`

**b)** `0xEA = 1 1101 010 => -1.010`$_2$` * 2`$^{6}$` => ` **PEQUENO2**`: E=9 (-∞), 1 111 0000 = 0xF0`

**c)** `0x14 = 0 0010 100 => 1.100`$_2$` * 2`$^{-5}$` => ` **PEQUENO2**`: E=-2, 0 000 0011 = 0x03`

**d)** `0xCF = 1 1001 111 => -1.111`$_2$` * 2`$^{2}$` => ` **PEQUENO2**`: E=5, 1 101 1110 = 0xDE`

**e)** `0x02 = 0 0000 010 => 0.010`$_2$` * 2`$^{-6}$` => ` **PEQUENO2**`: E=-3 (0), 0 000 0000 = 0x00`

**8.** Considere o desenvolvimento de código científico em C para execução num *notebook* atual, cuja especificação impõe que os números reais sejam representados com pelo menos 8 algarismos significativos. **Indique, <u>justificando</u>**, se consegue representar essas variáveis como `float` ou se tem de as representar como `double`.

Para garantir que qualquer valor do tipo real em precisão simples tenha sempre pelo menos 8 algarismos significativos (na base 10), seria necessário que a sua codificação em binário (em IEEE 754) permitisse representar pelo menos $10^8$ valores diferentes.

Sabendo que a codificação em precisão simples (float) usa 32 bits, dos quais 23+1 (o "bit escondido" 1 na notação normalizada, 0 nos subnormais) são usados para a mantissa, então com esta notação apenas se podem representar $2^{24}$ valores diferentes, ~$16*10^6$, o que é claramente inferior a $10^8$. Teríamos que representar essas variáveis usando dupla precisão (double).

**9.** Um valor do tipo real (*float*) vem representado na norma IEEE 754 por **V= $(-1)^S$ * 1.F * $2^{(Exp-127)}$**, se estiver normalizado. **Indique, explicitando** os cálculos, qual o maior inteiro ímpar que é possível representar exatamente, neste formato.

Sendo este valor representável como normalizado, a parte fraccionária deverá ser o máximo valor permitido (tudo 1s) e a máxima potência de 2 que se poderá usar no expoente deverá ser tal que desloque o ponto decimal 23 casas para a direita a partir do bit escondido, garantindo que o número resultante é um inteiro e não tem um zero no algarismo mais à direita, i.e., este valor é o $2^{24}-1$

10. O formato RGBE é usado para representar de forma compacta pixéis com elevada gama dinâmica (em inglês *High Dynamic Range* - HDR). Cada pixel de uma imagem HDR é representado usando 3 valores reais positivos. São 3 valores porque são usadas 3 cores primárias: `Red`, `Green` e `Blue` (RGB). Os valores dos pixéis são sempre >= 0.

Se fossem usados valores em vírgula flutuante precisão simples seriam necessários 12 *bytes* para cada pixel; o formato RGBE permite usar 4 *bytes* para cada pixel. A ideia é que o expoente é partilhado pelos 3 canais (R,G e B) e representado no 4º *byte*. A parte fraccionária da mantissa de cada canal usa 8 bits; a parte inteira da mantissa não é representada e é igual a 0. O algoritmo para codificar um pixel é o seguinte:

- identificar o canal (R, G ou B) com valor máximo: chamemos-lhe $V_{max} = max(V_R, V_G, V_B)$;
- calcular uma constante de normalização que seja uma potência de 2, $N = 2^E$, tal que $\frac{V_{max}}{2^E} \in [0.5 \cdots 1[$;
- normalizar os valores dos 3 canais: $(V_{nR}, V_{nG}, V_{nB}) * 2^E = \left(\frac{V_R}{2^E}, \frac{V_G}{2^E}, \frac{V_B}{2^E}\right) * 2^E = (V_R, V_G, V_B)$;
- codificar a parte fraccionária de $V_{nR}$, $V_{nG}$ e $V_{nB}$ em 8 bits cada e codificar o expoente $E$ em 8 bits usando excesso de 128 (nota: o sinal não é codificado explicitamente porque os valores são sempre ≥ 0).

Codifique o pixel com o valor (24, 20, 6) em RGBE apresentando a respetiva sequência de bits em hexadecimal.

$V_{max} = max(24,20,6) = 24$

$N = 2^5 = 32$, tal que $\frac{24}{32}$=0.75 $\in [0.5 \cdots 1[$

$(0.75, 0.625, 0.1875) * 32 = \left(\frac{24}{32}, \frac{20}{32}, \frac{6}{32}\right) * 32$

$(0.75,\ 0.625,\ 0.1875,\ 5 + 128)$ = `(11000000, 10100000, 00110000, 10000101)`

Representando os 32 bits em hex: `0xC0A03085`